**Teil 1: Hilfe zur Umformung von Gleichungen mit „vielen“ Variablen** (11.7.21)

Im Mathematikunterricht habt ihr gelernt, wie man Gleichungen mit einer Variablen umformt, um diese Variable auszurechnen. Meistens hieß sie x.

In Physik müsst ihr häufig Gleichungen umformen, bevor ihr Zahlen einsetzen können. Das bedeutet, ihr habt mehrere Variablen. Das Vorgehen ist aber genauso wie in Mathe. Ihr kennt die Regeln für Äquivalenzumformungen.

Am Beispiel links könnt ihr erkennen, wie die Umformungen in Physik gemacht werden. Daneben steht eine Rechung für eine Gleichung mit x als einziger Variablen. Ihr könnt also vergleichen und sehen, dass die Vorgehensweise dieselbe ist.

In der Mittelstufe sind die Umformungen meist recht einfach. Hier sind die Rechnungen für ein Fallbeispiel aus dem Unterricht

|  |
| --- |
| **Möglichkeit 1: Es kommen keine Brüche vor** |
| Physikunterricht: Gesucht ist aF = ma |:ma = $\frac{F}{m}$oder a = $\frac{1}{m}$ F | Matheunterricht: Gesucht ist xy = 3x |:3x = $\frac{y}{3}$oder x = $\frac{1}{3}$ y |

|  |
| --- |
| **Möglichkeit 2:** **Es kommt ein Bruch vor und die gesuchte Größe steht im Zähler** |
| Physikunterricht: Gesucht ist Fa = $\frac{F}{m}$ |∙mF = ma | Matheunterricht: Gesucht ist xy = $\frac{1}{3}$x |∙3x = 3y |

|  |
| --- |
| **Möglichkeit 3:** **Es kommt ein Bruch vor und die gesuchte Größe steht im Nenner**Zuerst muss die gesuchte Größe in den Zähler gebracht werden. |
| Physikunterricht: Gesucht ist ma = $\frac{F}{m}$ |∙mF = ma |:am = $\frac{F}{a}$ | Mathe: Gesucht ist xy = $\frac{3}{x}$ |∙xxy = 3 |:yx = $\frac{3}{y}$ |
| **VORSICHT!!**Viele Schüler teilen hier gleich durch F. Das geht nicht! |
| a = $\frac{F}{m}$ |:F$$\frac{a}{F}=\frac{1}{m}$$ | y = $\frac{3}{x}$ |:3$$\frac{y}{3}=\frac{1}{x}$$ |
| Hier kommt ihr nicht weiter. Wenn bei euch hinterher F im Zähler steht, habt ihr etwas falsch gemacht!! |

**Teil 2: Allgemeine Regeln für Termumformungen mit Brüchen**

Meistens sind die Rechnungen in der Mittelstufe so einfach wie in Teil 1. Es kann aber auch passieren, dass auf beiden Seiten der Gleichung ein Bruch steht:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Was man tun muss, hängt davon ab, ob die gesuchte Größe im Zähler oder im Nenner steht.

**Möglichkeit 1: a ist gesucht**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ |·b

⬄$a= \frac{c}{d}·b$

a steht schon im Zähler. Um nach a aufzulösen, muss man nur b auf die andere Seite bringen.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ |·b

⬄$a = \frac{c}{d}·b$ |·$\frac{d}{c}$

⬄a·$\frac{d}{c}$ = b

**Möglichkeit 2:b ist gesucht**

b steht im Nenner. Um nach b aufzulösen muss man es zunächst in den Zähler bringen.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ |·a

b = a·$\frac{d}{c}$

**Tipp beim Rechnen für Möglichkeit 2:**

Wer möchte, kann auch auf beiden Seiten den Kehrbruch nehmen.

**Teil 3: Brüche und Summen**

In der Mittelstufe können zweimal Formeln vorkommen, wo Brüche addiert werden. Zum Glück werden in den Formeln nur ganz einfache Brüche addiert. Allgemein sehen die Formeln dann so aus:

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$

Um hier zu rechnen, gibt es einen ganz einfachen Trick: Man berechnet zuerst den Wert für den Bruch (z.B. $\frac{1}{a}$) und bildet am Ende den Kehrbruch. Das sieht dann so aus:

|  |
| --- |
| **Möglichkeit 1: a ist gesucht** Beispiel: b = 3 ; c = 9 |
| Rechne zuerst $\frac{1}{a}$ aus:$$\frac{1}{a}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$$$$\frac{1}{a}=\frac{3}{9}+\frac{1}{9}$$$$\frac{1}{a}=\frac{5}{9}$$Bilde den Kehrbruch:a = $\frac{9}{5}$ = 1,8a = 1,8 |

|  |
| --- |
| **Möglichkeit 2: b ist gesucht** Beispiel: a = 3 ; c = 9 |
| Bringe erst $\frac{1}{c}$ auf die andere Seite:$\frac{1}{a}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ |$-\frac{1}{b}$$$\frac{1}{a}-\frac{1}{c}=\frac{1}{b}$$Rechne dann $\frac{1}{b}$ aus:$$\frac{1}{b}=\frac{1}{3}-\frac{1}{9}$$$$\frac{1}{b}=\frac{2}{9}$$Bilde den Kehrbruch:b = $\frac{9}{2}$ = 4,5Die Rechnung für c funktioniert genauso. |

Hinweis: Oft hilft es, mit Brüchen zu rechnen und nicht zu kürzen. Weil dann ganze Zahlen herauskommen.

**Teil 4: Quadratische Gleichungen**

Manchmal bleibt nach den Umformungen ein Quadrat stehen. Dann wird wie in Mathe die Wurzel gezogen.

|  |  |
| --- | --- |
| Physik:a2 = 5ba = $\sqrt{5b}$Hier kann es wichtig sein, dass man weiß: Man kann auch teilweise Wurzeln ziehen:a2 = 5b2a = $\sqrt{5b^{2}}$a = $\sqrt{5}$ b | Mathe:x2 = 5x = $\sqrt{5}$ |
| Anmerkung: In Mathe gibt es immer ein zweites Ergebnis. Hier: x = –$\sqrt{5}$ bzw. a = –$\sqrt{5b}$. In Physik weist das Minuszeichen meistens auf eine Richtung hin. Manchmal macht ein negativer Wert auch keinen Sinn. Deshalb wird die negative Lösung oft weg gelassen. Ob und warum das so erlaubt ist, muss im konkreten Fall überlegt werden.Zum Beispiel: Wenn für ein Haus eine Höhe von –5m heraus kommt, macht das keinen Sinn und die Lösung kann ignoriert werden.Ein Brunnen wird in die Erde gegraben und nicht wie ein Haus nach oben gebaut. Eine Tiefe von –5m gibt hier die Richtung (nach unten) an.In beiden Fällen kann man „a=5m“ als Ergebnis stehen lassen. |

**Teil 5: Hilfe zur Lösung von mehreren Gleichungen**

In Mathe habt ihr drei Verfahren gelernt, um Gleichungen mit mehreren Unbekannten zu lösen. In Physik braucht man in der Regel nur zwei davon:

1. **Einsetzungsverfahren**

|  |  |
| --- | --- |
| Physik: gesucht ist v. a ist nicht bekannt.F = maa = vt-------------------------------------------F = mvt | :m$\frac{F}{m}$ = vt |:t-----------------------------v = $\frac{F}{mt}$Jetzt kann man P und I messen und einsetzen. | Mathe: Gesucht ist x. y ist nicht bekannt.x = 2y6 = 3y |:3-----------------------------y = 2-----------------------------x = 2·2x = 4 |

1. **Gleichsetzungsverfahren**

|  |  |
| --- | --- |
| Physik: Gesucht ist a. F ist nicht bekannt.F = maF = mgma = mg | :ma = $\frac{mg}{m}$ kürzena=gJetzt kann man g messen und einsetzen.Die Rechnung funktioniert so auch, wenn man m gar nicht kennt. Wer diese Rechenmethode nicht verstanden hat, wird ohne m nicht weiter kommen. Lehrer geben m dann auch nicht an! Das heißt, wenn du dieses Verfahren nicht kennst, kannst du die Lösung nicht finden. | Mathe: Gesucht ist x. y ist nicht bekannt.y = 2xy = 42x = 4 |:2x = 2 |

**Teil 6: Aufgaben zum Üben:**

Hinweis: Die grau geschriebenen Aufgaben sind ein bisschen schwerer. Die muss in der Mittelstufe nicht jeder können. Die sind eine Art „Überleitung zur Oberstufe“.

**Zu Teil 1 und 2:**

|  |
| --- |
| Löse die Gleichungen nach der unbekannten Größe auf und berechne diese. Die angegebenen Zahlen dürfen erst am Ende eingesetzt werden.1. s = $\frac{F}{t}$ s=5 ; t=3 ; gesucht: F
2. a = $\frac{v}{t}$ a=3 ; v=6 ; gesucht t
3. mv = sa s=2 ; v=5 ; m=1 ; gesucht: a
4. $\frac{x}{m} = \frac{b}{d}$ x=1,5 ; m=3 ; d=5 ; gesucht b
5. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ a=2,5 ; b=3 ; c=5 ; gesucht: d
6. $\frac{ma}{F}=a$ m=1 ; gesucht: F
7. $\frac{ma}{B} = \frac{1}{c^{2}}$ B=10 ; m =5 ; a=1 ; gesucht: c
 |

**Zu Teil 3:**

|  |
| --- |
| Gegeben ist die folgende Gleichung:$$\frac{1}{a}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$Berechne jeweils den fehlenden Wert: |
|  |
| a) b = 3 ; c = 6b) b = 2 ; c = 6 | c) a = 2 ; b = 4d) a = 5 ; c = 20 |

**Zu Teil 5:**

|  |  |
| --- | --- |
| Löse folgende Gleichungssysteme. Löse dabei zuerst nach der gesuchten Größe auf. Zahlen dürfen erst am Ende eingesetzt werden.1. s = vtF c=6 ; F=3

s=ct gesucht: v | 1. d=$\frac{a}{F}$ d=1

a=Fm gesucht: m1. B = nFl B=4

l = $\frac{F}{n}$ gesucht: F |

**Lösungen zu den Aufgaben:**

**Zu Teil 1 und 2:**

|  |
| --- |
| Löse die Gleichungen nach der unbekannten Größe auf und berechne diese. Die angegebenen Zahlen dürfen erst am Ende eingesetzt werden1. F = st = 15 b) a = $\frac{mv}{s}$ = 2,5

c) t = $\frac{v}{a}$ = 2 d) b = $\frac{x d}{m}$ = 0,9e) d = $\frac{c b}{a}$ = 6 f) F = m = 1 g) c = $\sqrt{\frac{B}{ma}}$ = $\sqrt{2}$ |

**Zu Teil 3:**

Anmerkung: Alle Zahlen sind exakt. Es muss nirgendwo gerundet werden.

|  |  |
| --- | --- |
| a) a = 2b) a = 1,5 | c) c = 4d) b = $\frac{20}{3}$ = 6,7 |

**Zu Teil 5:**

|  |  |
| --- | --- |
| Löse folgende Gleichungssysteme:1. v = $\frac{c}{F}$ = 2
2. m = $\frac{d}{s}$ = 0,2
3. F = $\sqrt{B}$ = 2
 | Hinweis: Wenn man bei c) einfach die untere Gleichung nach n2 auflöst und das dann in die obere Gleichung einsetzt, dann ist man ganz schnell am Ziel und spart sich die Wurzeln fast komplett. Probiere es mal, wenn Du nicht selbst drauf gekommen bist. |